

I вариант

1. Вычислите: $\log_{0,6} \left(\sin \left(\frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{5} \right) \right) \right)$.

2. Упростите выражение: $\left(\frac{\sqrt[4]{ab^3} - \sqrt[4]{a^3b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{1 + \sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}} \right)^{-2} \cdot \sqrt{1 + \frac{a}{b} + 2\sqrt{\frac{a}{b}}}$.

3. Решите уравнение. $2 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 4$.

4. Решите систему неравенств.
$$\begin{cases} \sin 3x > \frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте график.

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 1}.$$

6. Сумма двух чисел равна 22. Найдите эти числа, чтобы их произведение было наибольшим.

II вариант

1. Вычислите: $\log_3 \left(\cos \left(\frac{1}{2} \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) \right) \right)$.

2. Упростите выражение: $\left((\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})^{-1} + (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})^{-1} \right)^{-2} : \frac{a-b}{4(\sqrt{a} + \sqrt{b})}$.

3. Решите уравнение. $3 \lg x^2 - \lg^2(-x) = 9$.

4. Решите систему неравенств.
$$\begin{cases} \cos 3x < \frac{1}{2}, \\ \operatorname{ctg} x \leq 1. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте график.

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 2}.$$

6. Сумма двух чисел равна 24. Найдите эти числа, чтобы их произведение было наибольшим.

III вариант

1. Вычислите: $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{3}{5} - 2\operatorname{arctg}(-2)\right)$.

2. Упростите выражение:

$$\frac{x^{\frac{5}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}{(x+1)(x^2+1)} - \left(x - \frac{x^3}{1+x^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{x^2 \cdot \sqrt{(1+x^2)^{-1}} - \sqrt{1+x^2}}{1+x^2}.$$

3. Решите уравнение. $\log_{\cos x} 4 \cdot \log_{\cos^2 x} 2 = 1$.

4. Решите систему неравенств.
$$\begin{cases} \sqrt{(2x-1)(x+3)} \geq x+1, \\ \log_{3x-2} 28 > 2. \end{cases}$$

5. К графику функции $f(x) = 6x + x^2$ проводятся две касательные. Первая касательная проводится в точке с абсциссой $x_0 = -2$, вторая – в точке минимума данной функции. Найти площадь треугольника, образованного осью ординат и этими двумя касательными.

6. В шар с радиусом R вписан цилиндр наибольшего объема. Найдите высоту цилиндра.

IV вариант

1. Вычислите: $\cos\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{4}{5} + 2\operatorname{arccotg}3\right)$.

2. Упростите выражение: $\frac{\frac{2x}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{x+1}}{\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}} \cdot \frac{2}{(x+1)\sqrt{x+1} + (x-1)\sqrt{x-1}}$.

3. Решите неравенство. $\log_{\sin x} 4 \cdot \log_{\sin^2 x} 2 = 4$.

4. Решите систему неравенств.
$$\begin{cases} \sqrt{(2x-3)(x+2)} \geq x, \\ \log_{3x-1} 27 < 2. \end{cases}$$

5. К графику функции $f(x) = 3x - x^2$ проводятся две касательные. Первая касательная проводится в точке с абсциссой $x_0 = -2$, вторая – в точке максимума данной функции. Найти площадь треугольника, образованного осью ординат и этим двумя касательными.

6. В шар с радиусом R вписан конус наибольшего объема. Найдите высоту конуса.

V вариант

1. Найдите значение выражения. $\frac{7 - 4\sqrt{3}}{\sqrt[3]{26 - 15\sqrt{3}}} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$.

2. Упростите выражение: $\frac{1 - \cos 4x}{\cos 2x - 1} + \frac{1 + \cos 4x}{\sin 2x - 1}$.

3. Решите неравенство. $(x^2 + x + 1)^{\frac{x+5}{x+2}} \geq (x^2 + x + 1)^3$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ \cos \pi x + \sqrt{3} = \cos \pi y. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график.

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}.$$

6. Найдите наименьшую полную поверхность цилиндра, объем которого равен $\frac{\pi}{3}$.

VI вариант

1. Найдите значение выражения. $\frac{2\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt[3]{20+12\sqrt{3}}}{2+\sqrt{3}}$.

2. Упростите выражение: $\frac{\sin 2x - 2\sin x}{\sin 2x + 2\sin x} + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}$.

3. Решите неравенство. $(x^2 - x + 1)^{\frac{x-2}{x-3}} \geq (x^2 - x + 1)^2$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} y - x = 3, \\ \sin \pi x - \sqrt{3} = \sin \pi y. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}.$$

6. Найдите наибольший объем цилиндра, полная поверхность которого равна 2π .

VII вариант

1. Найдите значение выражения. $\frac{\sqrt[10]{27^4} \cdot \sqrt[5]{9}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[5]{3^3} \cdot \sqrt{27}} - \frac{5}{3} \sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$.

2. Упростите выражение $\sin^2 \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.

3. Решите уравнение. $\sqrt{x^2 + x + 4} + \sqrt{x^2 + x + 1} = \sqrt{2x^2 + 2x + 9}$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} y - x = \frac{\pi}{6}, \\ 2\cos y = \sqrt{3}\cos x. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график.

$$f(x) = \frac{3x}{1+x^2}.$$

6. Число 12 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы сумма куба первого слагаемого и утроенного второго слагаемого была наименьшей.

VIII вариант

1. Найдите значение выражения. $\frac{\sqrt{5^4\sqrt{80}}}{\sqrt[8]{20} \cdot \sqrt[4]{50}} + \frac{2}{5} \sqrt[3]{1\frac{61}{125}}$.

2. Упростите выражение: $\frac{\operatorname{ctg}^2 2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg} 2\alpha} - \cos 8\alpha \cdot \operatorname{ctg} 4\alpha$.

3. Решите уравнение. $\sqrt{x^2 + x + 7} + \sqrt{x^2 + x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 19}$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} y - x = -\frac{\pi}{3}, \\ \sin x = 2\sin y. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график.

$$f(x) = \frac{-2x}{1-x^2}.$$

6. Число 15 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы произведение квадрата первого из них на второе было наибольшим.

IX вариант

1. Вычислите: $\int_0^4 |3 - 2x| dx$.

2. Упростите выражение: $\frac{1}{\sqrt[4]{s} + \sqrt[8]{s} + 1} + \frac{1}{\sqrt[4]{s} - \sqrt[8]{s} + 1} - \frac{2\sqrt[4]{s} - 2}{\sqrt{s} - \sqrt[4]{s} + 1}$.

3. Решите неравенство. $3 \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} < \cos 2x$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} \log_2(xy) - \frac{1}{2} \log_2 x^2 = 1, \\ \log_{x^2} y^2 + \log_2(y + 6) = 4. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте график.

$$f(x) = \frac{x^2}{3x - 1}.$$

6. В равносторонний треугольник, со стороной равной 2, вписан прямоугольник наибольшей площади так, что две его вершины лежат на боковых сторонах, а две на основании треугольника. Найдите стороны прямоугольника.

X вариант

1. Вычислите: $\int_0^3 |12 - 5x| dx$.

2. Упростите выражение: $\frac{\frac{2}{\sqrt[3]{p}}}{\sqrt[3]{p^2} - \frac{3}{\sqrt[3]{p}}} - \frac{\sqrt[3]{p^2}}{p\sqrt[3]{p^2} - \sqrt[3]{p^2}} - \frac{p+1}{(p-1)(p-3)}$.

3. Решите неравенство. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} > \frac{\operatorname{tg} x - 2}{\operatorname{tg} x + 2}$.

4. Решите систему уравнений.
$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}x+3} (x^2 y^6) + 1 = \log_4 y^2, \\ \log_4 \frac{x}{y} + \frac{1}{4} \log_2 y^2 = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

5. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте график.

$$f(x) = \frac{2x^2}{1-4x}.$$

6. В равнобедренный треугольник, с боковой стороной равной 2 и углом при основании 30° , вписан прямоугольник наибольшей площади так, что две его вершины лежат на боковых сторонах, а две на основании треугольника. Найдите стороны прямоугольника.