2-я олимпиада им. Шалтая Смагулова, 6 класс, 1 тур, 2017 г.

**Задача №1.** Пусть A=33 и B=77. Вычислите: НОДНОКНОДНОКНОД(A;B)⋅НОК(A;B)НОД(A;B)+НОК(A;B).
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3939/show)

**Задача №2.**  На рисунке изображен прямоугольник, составленный из квадратов трех разных размеров. Длина стороны самого маленького квадрата равна 1. Чему равна длина выделенной линии?



[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3940/show)

**Задача №3.**  Чему равна сумма наибольшего и наименьшего четырехзначного числа, все цифры которых различны? (Все цифры первого числа различны, а также различны все цифры второго числа.)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3941/show)

**Задача №4.**  Николай с сыном и Пётр с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько же рыб, сколько и его сын, а Пётр — втрое больше, чем его сын. Всего было поймано 25 рыб. Как зовут сына Петра?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3942/show)

**Задача №5.**  В январе некоторого года было 4 понедельника и 4 пятницы. Каким днем недели могло быть 20-е число этого месяца?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3943/show)

**Задача №6.**  Владелец маленького магазинчика заплатил 1000 тенге за упаковку авторучек. Когда он продал две трети этих авторучек, то вернул три четверти денег, затраченных на их покупку. Сколько денег он получит, продав всю упаковку?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3944/show)

**Задача №7.**  В стране «Цифра» есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр — названий этих городов, делится на 3. Сколько всего авиалиний в стране «Цифра»?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3945/show)

**Задача №8.**  Рассмотрим последовательность: 1, 4, 7, 10, …, 2014, 2017. Под каким номером стоит число 2017?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3946/show)

**Задача №9.**  Асан выписал на доске все целые числа n такие, что n2<100. А Хасан нашел сумму выписанных чисел. Какую сумму получил Хасан?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3947/show)

**Задача №10.**  Вовочка любит решать математические задачи. Известно, что вчера он решил на 11 задач меньше, чем позавчера и на 32 задачи меньше, чем позавчера и сегодня вместе. Сколько задач решил Вовочка сегодня?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3948/show)

**Задача №11.**  На числовой прямой изображены числа 15 и 13. Какая точка изображает число 14?



[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3949/show)

**Задача №12.**  Килограмм говядины с костями стоит 78 рублей, килограмм говядины без костей — 90 рублей, а килограмм костей — 15 рублей. Сколько граммов костей в килограмме говядины с костями?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3950/show)

**Задача №13.**  Сколько существует способов выбрать три числа из набора 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 так, чтобы сумма выбранных чисел равнялась сумме оставшихся чисел?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3951/show)

**Задача №14.**  Найти ближайший после 12 часов момент времени, при котором стрелки часов (минутная и часовая) взаимно перпендикулярны.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3952/show)

**Задача №15.**  Среди последовательных чисел 1,2,3,…,n ровно восемь чисел делятся на 6, и ровно шесть чисел делятся на 7. Найдите число n.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3953/show)

**Задача №16.**  В ряд выписано сто чисел. Сумма любых трех подряд идущих чисел равна 4, а сумма всех ста чисел равна 140. Чему равно последнее число?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3954/show)

**Задача №17.**  На столе лежит 5 коробочек. В некоторых коробочках лежит по пять коробочек, в некоторых из них тоже лежит по пять коробочек, и так далее, а пустых коробочек получилось всего 25. Сколько всего коробочек?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3955/show)

**Задача №18.**  Петин будильник испорчен: он спешит на 4 минуты в час. В 7 часов вечера Петя установил на нем точное время и еще поставил звонок на 7 часов утра. Во сколько Петя проснётся?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3956/show)

**Задача №19.**  Винни-Пух съедает 3 банки сгущенки и банку меда за 25 минут, а Пятачок – за 55 минут. Одну банку сгущенки и 3 банки меда Винни-Пух съедает за 35 минут, а Пятачок – за 85 минут. За сколько минут они вместе съедят 6 банок сгущенки?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3957/show)

**Задача №20.**  На чудо-дереве растут апельсины и бананы, причём бананы составляют 99% всех фруктов. После того, как Петя съел несколько бананов с этого дерева, бананы стали составлять 98% оставшихся фруктов. Какую часть всех фруктов съел Петя?

2-я олимпиада им. Шалтая Смагулова, 6 класс, 2 тур, 2017 г.

**Задача №1.**  Можно ли из полосок 1×1, 1×2, …, 1×13 сложить прямоугольник со сторонами больше 1 (нужно использовать все полоски)? (4 балла)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3979/show)

**Задача №2.**  Среднее арифметическое четырех чисел равно 10. Если вычеркнуть одно из этих чисел, то среднее арифметическое оставшихся трех увеличится на 1, если вместо этого вычеркнуть другое число, то среднее арифметическое оставшихся чисел увеличится на 2, а если вычеркнуть только третье число, то среднее арифметическое оставшихся увеличится на 3. На сколько изменится среднее арифметическое трех оставшихся чисел, если вычеркнуть четвертое число? (5 баллов)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3980/show)

**Задача №3.**  Имеются четыре монеты, неразличимые по внешнему виду, но все разного веса. Как с помощью чашечных весов без гирь за пять взвешиваний расположить монеты в порядке возрастания их веса? (6 баллов)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3981/show)

**Задача №4.**  Можно ли в клетке таблицы
    а) 5×6 (2 балла)
    б) 6×6 (5 баллов)
    вписать числа 1 и −1 (в каждую клетку по одному числу) так, чтобы сумма чисел во всех строчках и во всех столбцах были разными?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3982/show)

**Задача №5.**  Клетчатый квадрат 2017×2017 разрезали на несколько прямоугольников (по границам клеток). Докажите, что среди них найдётся прямоугольник, периметр которого делится на 4. (8 баллов)

2-я олимпиада им. Шалтая Смагулова, 7 класс, 1 тур, 2017 г.

**Задача №1.**  Пусть девятокS=999…9⏟100 девяток:99. Найдите сумму цифр числа S.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3959/show)

**Задача №2.**  Найдите все пары чисел (a;b), для которых выполнено равенство: a2+4b2=2a−1.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3960/show)

**Задача №3.**  Произведение четырех различных натуральных чисел равно 100. Чему равна их сумма?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3961/show)

**Задача №4.**  На олимпиаде ученику было предложено 20 задач; 10 из них оцениваются в 2 балла, остальные в 3 балла. До появления результатов, ученик думал, что набрал 26 баллов, перепутав баллы за задачи: двухбалльные он посчитал как за трехбалльные, а трехбалльные как двухбалльные. Но в итоге у него оказалось 24 балла. Сколько всего задач он решил на олимпиаде (общее количество двухбалльных и трехбалльных задач)?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3962/show)

**Задача №5.**  В треугольнике ABC его медиана MC равна стороне AB. Пусть D – середина отрезка MC. Найдите угол ADB.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3963/show)

**Задача №6.**  Чтобы получить число a, число b нужно возвести в куб, чтобы получить число b, число c нужно возвести в квадрат. В какую степень нужно возвести c, чтобы получить a?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3964/show)

**Задача №7.**  Приведите пример двухзначного числа, у которого произведение цифр, умноженное на сумму цифр, равно 84.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3965/show)

**Задача №8.**  Из 101 далматинца у 29-ти пятно только на левом ухе, у 17-ти — только на правом ухе, а у 22 далматинцев нет пятен на ушах. Сколько далматинцев имеют пятно на правом ухе?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3966/show)

**Задача №9.**  Отрезок AB пересечен ломаной линией, как показано на рисунке. При этом получилось 5 квадратов. Чему равна длина ломанойAA1A2…A10B, если длина AB равна 10 см?



[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3967/show)

**Задача №10.**  Прямоугольная таблица горизонтальными и вертикальными прямыми разбита на единичные клетки, и в каждую клетку записано по одному числу. В таблице 8 столбцов, сумма чисел в каждом столбце равна 10, а в каждой строке равна 20. Сколько в таблице строк?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3968/show)

**Задача №11.**  Четверо кузнецов должны подковать 5 лошадей. За какое наименьшее время они могут это сделать, если на одну подкову один кузнец затрачивает 5 минут, а лошадь не может стоять на двух ногах?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3969/show)

**Задача №12.**  Числитель дроби увеличили на 50%. На сколько процентов надо уменьшить её знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла втрое?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3970/show)

**Задача №13.**  Чему равно минимальное значение функции f(x)=x2+6x+2017.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3971/show)

**Задача №14.**  Сколько натуральных пар (x;y) удовлетворяют уравнению x⋅y2=22017.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3972/show)

**Задача №15.**  Если к натуральному числу n прибавить сумму его цифр, то получится 2018. Найдите все такие n.
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3973/show)

**Задача №16.**  Обозначим через n! произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Вася заметил, что все числа n!, (n+1)!, (n+2)!, (n+3)! и (n+4)!оканчиваются четырьмя ноликами. Сколькими ноликами оканчивается число (n+5)!?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3974/show)

**Задача №17.**  Целое число n имеет два натуральных делителя, а число n+1 – три натуральных делителя. Сколько натуральных делителей имеет число n+2?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3975/show)

**Задача №18.**  Два велосипедиста одновременно выезжают навстречу друг другу со скоростями 11 и 14 км/час. В момент выезда расстояние между велосипедистами 75 км. В этот же момент вместе с одним из велосипедистов вылетает муха со скоростью 15 км/час и летит на встречу со вторым велосипедистом, встретившись со вторым велосипедистом, она разворачивается и летит к первому велосипедисту. Затем она снова разворачивается, и так она летает между велосипедистами до момента их встречи. Сколько км пролетела эта муха?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3976/show)

**Задача №19.**  Чему равен угол между диагоналями граней куба, изображенными на рисунке ниже?



[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3977/show)

**Задача №20.**  На одной прямой отметили 9 точек, а на другой прямой также отметили 9 точек, и, точку пересечения этих прямых, отметили как 19-ю точку. Сколько имеется треугольников с вершинами в данных точках?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3978/show)

2-я олимпиада им. Шалтая Смагулова, 7 класс, 2 тур, 2017 г.

**Задача №1.**  В магазине продаются 16 говорящих попугаев. Каждый из них либо лжец (всегда врет), либо правдивый (всегда говорит правду). Каждый попугай находится в отдельной клетке. Все клетки одинаковы и расположены на подиуме в виде квадрата 4×4. Когда в магазин зашел покупатель Ерболат, все попугаи хором произнесли: “Среди моих соседей правдивых и лжецов поровну!”. (Соседними считаются попугаи, сидящие в клетках, соседних по стороне)
    а) Сколько лжецов могло быть среди этих попугаев? (Укажите все возможные количества) (3 балла)
    б) Если известно, что не все попугаи лжецы, то какое наименьшее количество попугаев может купить Ерболат так, чтобы среди них обязательно нашелся хотя бы один правдивый попугай? (2 балла)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3984/show)

**Задача №2.**  Можно ли в клетке таблицы
    а) 5×6 (2 балла)
    б) 6×6 (4 балла)
    вписать числа 1 и −1 (в каждую клетку по одному числу) так, чтобы сумма чисел во всех строчках и во всех столбцах были разными?
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3985/show)

**Задача №3.**  Чтобы попасть в чудо страну, нужно пройти через девять ворот. Если человек, имеющий какое-то количество денег, пройдет через первые ворота, то количество его денег увеличится на 10%, если пройдет через вторые – то на 20%, …, если через девятые – то на 90%. Известно, что путешественник, имеющий ненулевое количество денег, измеряющееся в целых числах, пройдя через все эти ворота вошел в страну также с целым количеством денег. Могло ли оказаться так, что в начале (перед тем как пройти первые ворота), у него было не более 777777 денег? (5 баллов)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3986/show)

**Задача №4.** Суммарный возраст десяти учеников, участвующих на олимпиаде, равен 130 годам. Докажите, что существует четверка учеников, сумма возрастов которых будет не меньше 51 года. Считайте, что возраст каждого ученика равен целому числу лет. (7 баллов)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3987/show)

**Задача №5.**  n телефонов (n≥3) соединены проводами так, что каждый провод соединяет два телефона, каждая пара телефонов соединена не более чем одним проводом и от каждого телефона отходит не более двух проводов. Нужно закрасить провода (каждый провод целиком одной краской) так, чтобы от каждого телефона выходили провода разных цветов. Какого наименьшего числа красок достаточно для такой закраски? (7 баллов)
[комментарий/решение](http://matol.kz/comments/3988/show)