

Математика пәні бойынша  
Республикалық оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі (2023-2024 оқу жылы)

11 сынып

Жұмыс уақыты: 2 сағат 30 минут.

Әр есеп 7 ұпайға бағаланады.

1. а) Натурал санның кубының ондық жазбасындағы цифрларының қосындысы 2023-ке тең бола ала ма?

б) Натурал санның кубының ондық жазбасында дәл 2023 цифр болуы мүмкін бе?

2. а) Теңдеуді шешіңіз  $\cos(2^x) + \cos(2^{x+1}) = 0$ .

б) Бүкіл сандар түзуінде анықталған  $f(x) = \cos(2^x) + \cos(2^{x+1})$  функциясының ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңыз.

3. Екі шеңбер  $A$  және  $B$  нүктелерінде қиылысады. Бірінші шеңбердің бойынан кез келген  $X$  нүктесі арқылы ( $X$  нүктесі екінші шеңбердің сыртында жатыр) екінші шеңберді  $Y$  нүктесінде қиып өтетін  $XA$  түзуі және  $Z$  нүктесінде қиып өтетін  $XB$  түзуі жүргізілген.

а) Барлық осындай  $XYZ$  үшбұрышында  $X$  нүктесінен жүргізілген биссектрисалар бір нүктеде қиылысатынын дәлелдеңіз;

б) Барлық осындай  $XYZ$  үшбұрышында  $X$  нүктесінен жүргізілген биіктіктер бір нүктеде қиылысатынын дәлелдеңіз.

Второй (районный) этап  
Республиканской олимпиады школьников  
по математике (2023-2024 учебный год)

11 класс

Время работы: 2 часа 30 минут.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

1. а) Может ли сумма цифр десятичной записи куба натурального числа быть равной 2023?

б) Может ли десятичная запись куба натурального числа содержать ровно 2023 цифры?

2. а) Решите уравнение  $\cos(2^x) + \cos(2^{x+1}) = 0$ .

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = \cos(2^x) + \cos(2^{x+1})$ , определенной на всей числовой прямой.

3. Две окружности пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Через произвольную точку  $X$  первой окружности (точка  $X$  лежит вне второй окружности) проведена прямая  $XA$ , которая пересекает вторую окружность в точке  $Y$  и прямая  $XB$ , которая пересекает вторую окружность в точке  $Z$ . Докажите, что:

а) биссектрисы всех таких треугольников  $XYZ$ , проведенные из точки  $X$ , пересекаются в одной точке;

б) высоты всех таких треугольников  $XYZ$ , проведенные из точки  $X$ , пересекаются в одной точке.